



TITLE:

3.超流動とCoherent State(「Coherent Stateの理論」,基研研究会報告)

AUTHOR(S):

碓井, 恒丸

CITATION:

碓井, 恒丸. 3.超流動とCoherent State(「Coherent Stateの理論」,基研研究会報告). 物性研究 1972, 18(2): B14-B16

ISSUE DATE:

1972-05-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/88456>

RIGHT:

北村正直

- 3) E.M.Henley & W.Thirring, "Elementary Quantum Field Theory", Chapter 2, McGraw-Hill, New York, 1962
- 4) P.M.A.Dirac, "The Principles of Quantum Mechanics", 3rd ed., Chapter V, Oxford University Press, London, 1947
- 5) R.J.Glauber, "Quantum Theory of Coherence" in "Quantum Optics" edited by S.M.Kay & A.Maitland, Academic Press, London, 1970
- 6) G.Wentzel, "Quantum Theory of Fields", §7, (Translated by J.M.Jauch), Interscience Publishers, Inc., New York, 1949
- 7) A.Sommerfeld, "Optics" §47, (Translated by O.Laporte & P.A.Moldauer), Academic Press, New York, 1964

3. 超流動と Coherent State

名大理 碓 井 恒 丸

簡単な review を行い, comment を少々加える。

1. 理想気体

symmetry breaking term $-(U a_0^+ + U^* a_0)$ を加えたとき "grand Hamiltonian" \mathcal{H} の最低状態は, ($\alpha \equiv -U/\mu$, μ は化学ポテンシャルとして), coherent state $|\alpha\rangle = \exp[\alpha a_0^+ - \alpha^* a_0]|0\rangle$ で与えられる。したがって $\mu \sim V^{-\frac{1}{2}}$ 。有限温度でも grand canonical ensemble をしらべると, T_c 以下で quasi-average ($\mu \rightarrow 0$ then $U \rightarrow 0$) をとれば $\langle a_0 \rangle / \sqrt{V} = -U/\mu \sqrt{V}$ 有限となる (broken symmetry!)。しかも $\langle a_0^+ a_0 \rangle = \langle a_0^+ \rangle \langle a_0 \rangle$ が成立するから, a_0 に関してはやはり coherent state になっている (文献1)。そこで更に symmetry breaking term $-\sum (U a_k^+ + U^* a_k)$ を考え, 同様な極限を考ええると $V \rightarrow \infty$ のとき $\epsilon_k (\sim V^{-\frac{2}{3}}) < \mu (\sim V^{-\frac{1}{2}})$ を満足するすべての k 状態が

coherent states になる (文献 2)。しかしながらこれが物理的意義をもつためには, symmetry breaking term の現実的な形 (特に U の V 依存性) がどうであるか (この際 quasi-average は無意味) を問わなければならない。

これに対し大きな系 (∞) の有限 subvolume に直接着目することにより, その性質が coherent state で記述できるという議論がある (文献 3)。しかし subvolume に関する境界条件, 量子数との関係など明確にする必要がある。

2. 相互作用系

Bogoliubov 近似は演算子 A を $A_0(\alpha) \equiv \langle \alpha | : A : | \alpha \rangle$ で置きかえることである。このとき $\mathcal{U}_0(\alpha)$ 使って求めた圧力, 統計演算子 $W \equiv e^{-\beta \mathcal{U}}$ に対する $W_0(\alpha)$ から求めた圧力は $V \rightarrow \infty$ とともに同一の極限值を持ち, 正しい熱力学関数に一致する。この結論は symmetry breaking term ($U \equiv \nu \sqrt{V}$) を加えても成立し, α の位相は ν のそれに一致する (文献 6, 7)。

相互作用の adiabatic switching-in の考えを採用すれば, 自由粒子系の最低状態を coherent state で置きかえることにより, Bogoliubov 近似を行うことなく相互作用系の最低状態に関する摂動論を展開できる (文献 4)。しかしこの種の中途でとられた $N \rightarrow \infty$ の手続きが安全か, 明確にしなければならぬまい。

一様な系で凝縮体の fluctuation を harmonic 近似でしらべ, その最底状態を求めると, それは明らかに a_0 の coherent state と異なる (文献 5)。しかしながら bare condensate の fluctuation は normal mode ではない。この点検討しなおす必要がある。

以上は暗々裡に particle field に関する coherent state に限定して来たが, ヘリウムの凝縮体は $\sim 10\%$ であるのに coherent 放射, および BCS state では complete-factorizable である。そこでヘリウムでも適当な normal mode をえらべば相関関数の完全因数分解が実現できるのではないだろうか (文献 10)。これに答えるためには結局は凝縮体を足場にした従来の努力をつづけなければならぬまい。この種の描像の有効性の試金石として量子循環があることを指摘しておこう。

3. Dynamics

液体ヘリウムは相転移および metastable state という統計力学の基本課題を提供している。特に渦の振舞は mean field theory を超えて stochastic character を取込んだ理論を要求している (文献 8)。この展望のもとに系の状態を coherent state $|\psi(x)\rangle$ で表現したとき、自由エネルギー汎関数 $-\beta^{-1} \ln \langle \psi | \exp -\beta \mathcal{H} | \psi \rangle$ を min にする ψ_0 は勿論 most probable であるが、一般にはそのまわりの揺動を考慮しなければならない (文献 9)。これが二流体性であるが、理論の展開はまだ充分ではない。

参 考 文 献

- 1) Casher and Revzen : Am. J. Phys. 35 (1967) 1154
- 2) Revzen : Nuovo Cim. 56B (1968) 129
- 3) Johnston : Am. J. Phys. 38 (1970) 516
- 4) Kobe : Preprint IC/71/79 (Miramare-Trieste, Aug. 1971)
- 5) Glassgold and Sauermann : P.R. 182 (1969) 262
- 6) Ginibre : Commun. math. Phys. 8 (1968) 26
- 7) Ginibre and Velo : P.Lett. 26A (1968) 517
- 8) Martin : Statical mechanics at the Turn of the Decade, Marcel Dekker tnc. 1971, p.175
- 9) Langer : P.R. 167 (1968) 183
- 10) Cummings and Johnston : P.R. 151 (1966) 105

4. 相転移と Coherent States Representation

東大物性研 鈴木 増 雄

§ 1. Introduction

相転移を一般的に特徴づけるものとして転移点以下での長距離秩序 (LRO) の出現をあげることができる。この状態は、その系に固有なボーズ的励起モー